Compléments sur la Tomographie

Thibault Marzais

LAIC
IUT département Informatique BP 86
63173 AUBIÈRE CEDEX
FRANCE
marzais@laic.u-clermont1.fr

26/27 Octobre 2006

Définitions

Tomographie

- Les techniques d'imagerie médicale permettent de visualiser un patient. (Radio, IRM, Tomographie, ...)
- Tomographie par émission de positrons
- Reconstitution du patient à l'aide de ses projection

Définitions

Tomographie

- Les techniques d'imagerie médicale permettent de visualiser un patient. (Radio, IRM, Tomographie, ...)
- Tomographie par émission de positrons
- Reconstitution du patient à l'aide de ses projection

Problématique

- Diagnostic des médecins
- Fiabilité de l'image restituée
- Théorèmes d'existence et/ou d'unicité

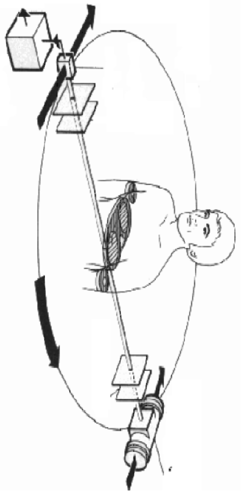
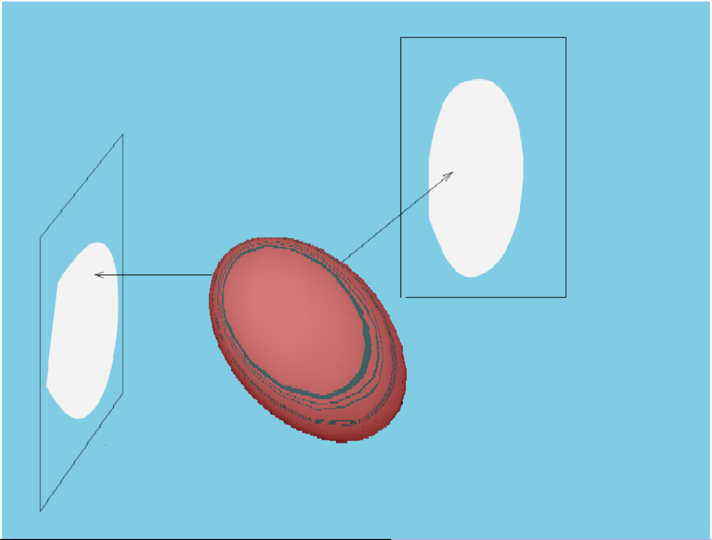


Figure: Dispositif de prise d'images

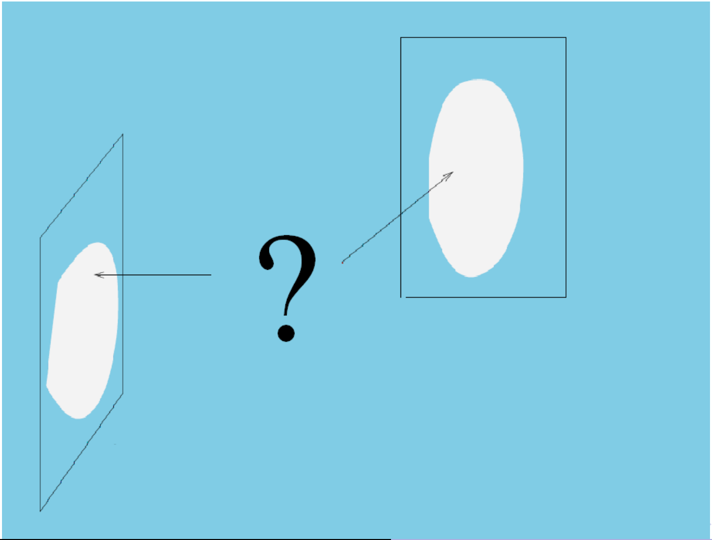
Problèmes théoriques

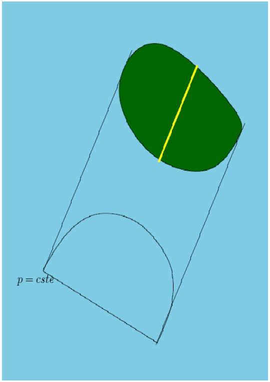
Combien de projections d'un objet **convexe** doivent être prises pour permettre une reconstruction exacte?



Problèmes théoriques

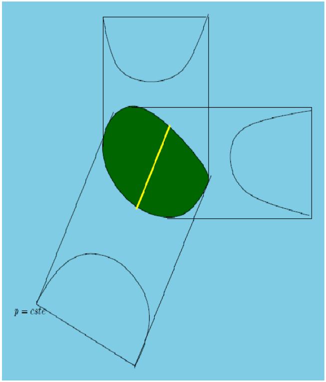
Combien de projections d'un objet **convexe** doivent être prises pour permettre une reconstruction exacte?





Soit $F \subset \mathbb{R}^2$ l'objet convexe recherché, et p la direction de projection.
On note $X_pF(k) = longueur(\{M \in F : p(M) = k\})$

Problèmes théoriques



Problème

Déterminer n directions $p_1, \ldots, p_n$ telles que $X_{p1}F, \ldots, X_{pn}F$

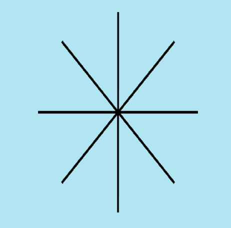
Théorème d'existence

Gardner-McMullen 80

Il existe des ensembles de 4 directions $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ tels que tout **convexe** F est uniquement déterminé par $X_{p1}F, X_{p2}F, X_{p3}F, X_{p4}F$

Un ensemble de directions détermine les corps convexes si et seulement si il n'est pas l'image par une transformation linéaire d'un ensemble de directions uniformément réparties.

Piste de preuve



Un ensemble de directions uniformément réparti ne détermine jamais les corps convexes.
Les transformées linéaires de parties d'ensembles de directions uniformément réparties ne détermine pas les corps convexes.

Théorème

Un ensemble de directions rationnelles détermine les **convexes discrets** si et seulement si c'est un ensemble de directions de Gardner-McMullen.
Remarque : Une seule direction irrationnelle suffit pour déterminer les parties de $\mathbb{Z}^2$.

Théorème

Un ensemble de 4 directions rationnelles est de Gardner-McMullen si et seulement si son birapport n'est pas dans dans $\{\frac{4}{3}, \frac{3}{2}, 2, 3, 4\}$.

Théorème

Un ensemble de 7 directions rationnelles est toujours de Gardner-McMullen.

Birapport

Birapport de 4 directions de pente $\lambda_1 < \ldots < \lambda_4$:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_4 \end{bmatrix} = \frac{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_1)}$$

Extensions

Limites de ces théorèmes

Chacun de ces théorèmes considérait l'objet à reconstruire comme objet **convexe**.
Ce n'est pas toujours le cas en pratique.

Extensions apportées

Notions étendues de convexité : $Q-$convexité